

SGM1 Devoir surveillé de mathématiques n°3

Mardi 18 avril 2006

NOM :

GROUPE :

L'usage des calculatrices et de la copie du (de la) voisin(e) est interdit

EXERCICE 1

Calculez les dérivées partielles d'ordre 1 de la fonction

$$f(x, y) = \ln(x(y-x))$$

EXERCICE 2

Soit $f : (x, y) \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Montrez que

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = -f$$

EXERCICE 3

Soit R la résistance équivalente aux deux résistances x et y montées en parallèle.

Montrez que $R = \frac{xy}{x+y}$

Calculez la différentielle totale dR .

EXERCICE 4

Calculez $\iint_{\mathcal{D}} \frac{x^2}{1+y^2} dx dy$ avec $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

EXERCICE 5

On rappelle que le moment par rapport à (Oy) d'une plaque homogène \mathcal{D} de masse surfacique 1 vaut

$$I_y = \iint_{\mathcal{D}} x^2 dx dy$$

Montrez que ce moment vaut $\frac{1}{12}$ dans le cas d'une plaque triangulaire de sommets $O(0; 0)$, $A(1; 0)$ et $B(0; 1)$. Vous commencerez par dessiner le domaine.

EXERCICE 6

Calculez $\iint_{\mathcal{D}} e^{(x^2+y^2)} dx dy$ avec $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$

RAPPELS

$$(u^a)' = a \times u' \times u^{a-1} \quad (e^u)' = u' e^u \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u} \quad (\text{Arctan } u)' = \frac{u'}{1+u^2}$$