

Tale^{le}STI GE - Mathématiques - DS n°3

Mercredi 20 décembre 2006

Exercice 1 Lecture de courbes

À partir des trois courbes suivantes, donnez les tableaux de variation complets et les équations des éventuelles asymptotes.

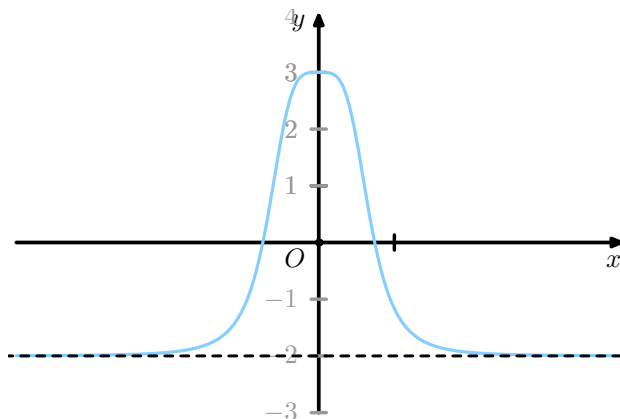


FIG. 1 – Courbe 1

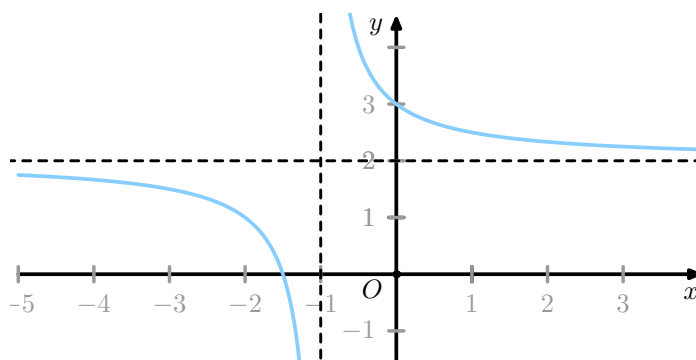


FIG. 2 – Courbe 2

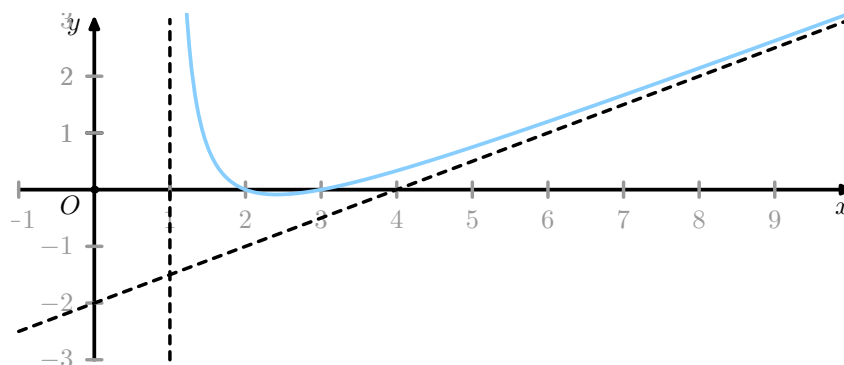


FIG. 3 – Courbe 3

Exercice 2 Bac STI GE 1996

Partie A

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]1; +\infty[$. On donne ci-dessous son tableau de variation.

x	1	3	$+\infty$	
Signe de $f'(x)$		-	0	+
Variations de $f(x)$	$+\infty$		2,5	$+\infty$

De plus on admet que, pour tout x élément de $]1; +\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + \frac{b}{x-c}$, où a , b et c sont trois nombres réels (avec a et b non nuls) que l'on se propose de déterminer à partir des indications fournies par le tableau de variation de f .

On appelle \mathcal{C} la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

- Utiliser le tableau de variation pour justifier l'existence d'une droite \mathcal{D} asymptote \mathcal{C} . Donner une équation de \mathcal{D} .
- En déduire la valeur de c .

Pour les questions suivantes, on prendra $c = 1$. On a donc

$$f(x) = ax + \frac{b}{x-1}$$

- Le tableau de variation nous fournit les coordonnées d'un point particulier de \mathcal{C} . En déduire une relation entre les nombres réels a et b .
- Calculer la dérivée f' de la fonction f (on rappelle que a et b sont des constantes).
Utiliser le tableau de variation pour trouver une deuxième relation entre a et b .
- Déterminer les nombres réels a et b à partir des deux questions précédentes.

Partie B

On admet pour la partie **B** que la fonction f de la partie **A** est définie par

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1}$$

- Montrer que la droite \mathcal{D}' d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à \mathcal{C} .
- Résoudre, par le calcul, sur l'intervalle $]1; +\infty[$, l'équation $f(x) = 3$.
 - Résoudre sur l'intervalle $]1; +\infty[$ l'inéquation $f(x) > 3$ (on précisera la méthode utilisée).
- Quelle est la dérivée de la fonction f ?
Écrire une équation de la droite \mathcal{T}_1 , tangente à \mathcal{C} au point M d'abscisse 2, et une équation de la droite \mathcal{T}_2 , tangente à \mathcal{C} au point M d'abscisse 5.
- Construire les droites \mathcal{D} , \mathcal{D}' , \mathcal{T}_1 , \mathcal{T}_2 et la courbe \mathcal{C} .
- Calculez les coordonnées du point P d'intersection de \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 .

Exercice 3 Primitives

Déterminez des primitives des fonctions définies par :

a) $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{2x^3}$

b) $g(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$

c) $h(x) = 2(5x - 2)^3$