T^{ale} STI GE   Devoir surveillé de mathématiques n°1

Mercredi 11 octobre 2006

Exercice 1

Déterminez les dérivées de fonctions suivantes en factorisant au maximum les résultats trouvés :

a) $f(t) = \cos^3\left(5t + \frac{\pi}{4}\right)$ b) $g(\omega) = \frac{(\omega+1)^2}{\omega^2+\omega+1}$ c) $h(\theta) = -2\theta + 3 - \frac{1}{\theta}$

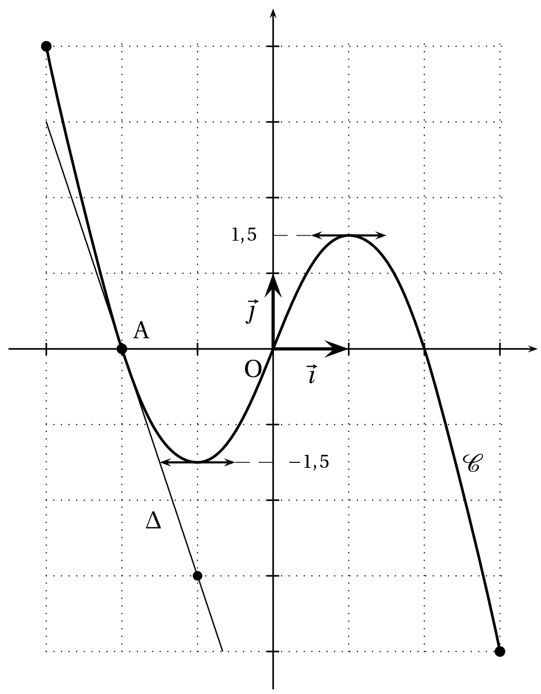
Exercice 2

Déterminez une équation de la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie par

$$f\ :\ t \mapsto \frac{4t^2}{t^2+1} \qquad a = 2$$

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie et dérivable sur $[-3;3]$. La droite Δ est tangente à $\mathscr{C}$ au point $A(-2;0)$ (voir figure ci-dessous).



1. Par lecture graphique, déterminer :
   a) $f(1)$, $f(3)$, $f'(-2)$, $f'(1)$;
   b) le signe de $f'(2)$ puis le signe de $f'(0)$.
2. Dresser le tableau de signe :
   a) de f ; b) de f'.
3. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathrm{I} = \left[1/2\,;2\right]$ par

$$f(t) = -3t + 5 - \frac{3}{2t^2}$$

1. Montrez que pour tout élément t de I

$$t^3 - 1 = (t-1)(t^2 + t + 1)$$

2. Déterminez la dérivée de f et la mettre sous forme d'un quotient.

3. À l'aide de la question 1, étudiez le signe de f' et dressez le tableau des variations de f.

4. Déduisez-en que l'équation $f(t) = 0$ admet exactement deux solutions dans I.

5. Déterminez une valeur approchée à 10^{-3} près de chacune de ces solutions.

FORMULAIRE

$f(x) =$	$f'(x) =$
$u + v$	$u' + v'$
$\lambda u,\ \ \lambda \in \mathbb{R}$	$\lambda u'$
uv	$u'v + uv'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
$\sin u$	$u' \cos u$
$\cos u$	$-u' \sin u$
$u^k\ k \in \mathbb{Q}$	$ku^{k-1}u'$