

## COLLE MAPLE N°6

### Développements limités

#### • Syntaxe MAPLE

Il suffit d'utiliser

`taylor(expression, var=point, ordre(en option))`

L'ordre par défaut est 6. Attention! MAPLE utilise des O et non des o. Par exemple

`taylor(1/(1-x), x=0, 10); taylor(1/(1+x^2), x=-2);`

Pour les développements asymptotiques, on utilise plutôt

`asympt(expression, variable)`

#### • Visualisation de l'approximation locale par une fonction polynôme

On aura besoin d'utiliser la partie polynomiale du DL. On utilisera la fonction

`convert(expression, polynom)`

Créez une procédure `DL := proc(f, x, n)` qui transforme un DL à l'ordre n en un polynôme et une procédure `graph := proc(f, xmax, ymax, p)` dans laquelle vous construirez une séquence de `plot(DL(f, x, i))` pour i variant de 1 à p et vous ajouterez la représentation graphique de f avec une couleur différente.

pour visualiser de manière dynamique l'approximation, on utilisera `display` de la bibliothèque `plots` avec l'option `insequence=true` qui permet d'animer le graphique. Pour cela, il faut cliquer sur le graphique : des icônes apparaissent.

#### • Exercices assistés par MAPLE

##### ✪ 1 Tangente

Étudiez au voisinage de 1 la fonction  $x \mapsto \frac{2x \ln x}{x-1}$ . Vous préciserez en particulier une équation de la tangente au point d'abscisse 1 et la position de la courbe par rapport à cette tangente.

##### ✪ 2 Branche infinie

Étudiez au voisinage de  $+\infty$  la fonction  $x \mapsto x^2 \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$  (branches infinies, position)

##### ✪ 3 Équivalent

Équivalent simple au voisinage de  $+\infty$  de  $\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} - \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}}$

##### ✪ 4 Dérivée cinquième

Utilisez un DL et la fonction de Taylor-Young (`taylor(f(x), x=a)`) pour déterminer la dérivée cinquième de  $x \mapsto \exp(x^2)$ . vérifiez votre résultat à l'aide des opérateurs `D` ou `diff`.

##### ✪ 5 Prolongement $\mathcal{C}^1$

Montrez que  $x \mapsto \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}$  se prolonge sur  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  en une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ . (Pensez au théorème limite de la dérivée).

##### ✪ 6 Études de fonction

Étudiez  $x \mapsto x \arctan x$  et  $x \mapsto \sqrt[5]{(x^2-1)^2(x+11/3)}$ . Vous aurez besoin de `limit(f(x), x=1, left)`.