



Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Étudier le sens de variation d'une suite

TS

8 décembre 2007



Exercice

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

1 Exercice

- Question 1
- Question 2
- Question 3

2 Corrigé

- Question 1
- Question 2
- Question 3

3 Théorie

- Sens de variation d'une suite



Question 1.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Étudier le sens de variation de la suite suivante définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{n^2}{n+1}.$$

Théorie

Corrigé



Question 2.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Étudier le sens de variation de la suite suivante définie pour tout entier n par :

$$u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n .$$

Théorie

Corrigé



Question 3.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Étudier le sens de variation de la suite suivante définie pour tout entier n par :

$$u_n = \sqrt{3n+1}.$$

Théorie

Corrigé



Corrigé

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

- 1 Exercice
 - Question 1
 - Question 2
 - Question 3

- 2 Corrigé
 - Question 1
 - Question 2
 - Question 3

- 3 Théorie
 - Sens de variation d'une suite



Correction 1.

Calcul de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On étudie le signe de la différence.



Correction 1.

Calcul de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On étudie le signe de la différence.

On a

$$u_{n+1} - u_n =$$

=

=



Correction 1.

Calcul de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On étudie le signe de la différence.

On a

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(n+1)^2}{n+2} - \frac{n^2}{n+1}$$

=

=



Correction 1.

Calcul de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On étudie le signe de la différence.

On a

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= \frac{(n+1)^2}{n+2} - \frac{n^2}{n+1} \\ &= \frac{(n+1)^2(n+1)}{(n+2)(n+1)} - \frac{n^2(n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \end{aligned}$$



Correction 1.

Calcul de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On étudie le signe de la différence.

On a

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= \frac{(n+1)^2}{n+2} - \frac{n^2}{n+1} \\ &= \frac{(n+1)^2(n+1)}{(n+2)(n+1)} - \frac{n^2(n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}.\end{aligned}$$



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n^2 \geq 0$;



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n^2 \geq 0$;
- $3n \geq 0$;



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n^2 \geq 0$;
- $3n \geq 0$;
- $1 > 0$.



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n^2 \geq 0$;
- $3n \geq 0$;
- $1 > 0$.

Donc, par somme, $n^2 + 3n + 1 > 0$.



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;
- $1 > 0$.



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;
- $1 > 0$.

Donc, par somme, $n+1 > 0$.



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;
- $2 > 0$.



Correction 1.

Étude du signe de $\frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, on a $n \geq 0$. Alors :

- $n \geq 0$;
- $2 > 0$.

Donc, par somme, $n+2 > 0$.



Correction 1.

Conclusion.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On obtient le tableau de signes suivant :

	0	$+\infty$
$n^2 + 3n + 1$	+	
$n + 1$	+	
$n + 2$	+	
$\frac{n^2 + 3n + 1}{(n + 1)(n + 2)}$	+	



Correction 1.

Conclusion.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

On obtient le tableau de signes suivant :

	0	$+\infty$
$n^2 + 3n + 1$	+	
$n + 1$	+	
$n + 2$	+	
$\frac{n^2 + 3n + 1}{(n + 1)(n + 2)}$	+	

Ainsi, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n > 0$ c'est-à-dire

$$u_{n+1} > u_n.$$

La suite est donc strictement croissante sur \mathbb{N} .

◀ Retour



Correction 2.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1
Question 2
Question 3

Corrigé

Question 1
Question 2
Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La suite est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$.
Cette raison vérifie

$$0 < q < 1.$$

La suite est donc strictement décroissante sur \mathbb{N} .

◀ Retour



Correction 3.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

- Question 1
- Question 2
- Question 3

Corrigé

- Question 1
- Question 2
- Question 3

Théorie

- Sens de variation
d'une suite

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = f(n)$ avec f la fonction définie par

$$f(x) = \sqrt{3x+1}.$$

On étudie le sens de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$.



Correction 3.

Sens de variation de f .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto 3x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.



Correction 3.

Sens de variation de f .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto 3x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.

- La fonction $g : x \mapsto 3x+1$ est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ à valeurs dans $[1; +\infty[$;



Correction 3.

Sens de variation de f .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto 3x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.

- La fonction $g : x \mapsto 3x+1$ est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ à valeurs dans $[1; +\infty[$;
- la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1; +\infty[$.



Correction 3.

Sens de variation de f .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto 3x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.

- La fonction $g : x \mapsto 3x+1$ est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ à valeurs dans $[1; +\infty[$;
- la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1; +\infty[$.

Propriété

La composée de deux fonctions strictement croissantes est strictement croissante.



Correction 3.

Sens de variation de f .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

La fonction $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto 3x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.

- La fonction $g : x \mapsto 3x+1$ est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ à valeurs dans $[1; +\infty[$;
- la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1; +\infty[$.

Propriété

La composée de deux fonctions strictement croissantes est strictement croissante.

Donc f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.



Correction 3.

Sens de variation de (u_n) .

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = f(n)$ avec f strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
La suite (u_n) est donc strictement croissante sur \mathbb{N} .

◀ Retour



Théorie

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

- 1 Exercice
 - Question 1
 - Question 2
 - Question 3

- 2 Corrigé
 - Question 1
 - Question 2
 - Question 3

- 3 Théorie
 - Sens de variation d'une suite



Sens de variation d'une suite

Définitions.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition (Suite croissante)

Dire qu'une suite (u_n) est croissante sur \mathbb{N} signifie que pour tout n ,

$$u_n \leq u_{n+1}.$$



Définition (Suite décroissante)

Dire qu'une suite (u_n) est décroissante sur \mathbb{N} signifie que pour tout n ,

$$u_{n+1} \leq u_n.$$





Sens de variation d'une suite

Méthodes.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite, on peut

- étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$;



Sens de variation d'une suite

Méthodes.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite, on peut

- étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$;
- si tous les termes sont strictement positifs, comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et le réel 1 ;



Sens de variation d'une suite

Méthodes.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite, on peut

- étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$;
- si tous les termes sont strictement positifs, comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et le réel 1 ;
- si la suite est arithmétique ou géométrique, déterminer sa raison ;



Sens de variation d'une suite

Méthodes.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite, on peut

- étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$;
- si tous les termes sont strictement positifs, comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et le réel 1 ;
- si la suite est arithmétique ou géométrique, déterminer sa raison ;
- s'il existe une fonction f telle que pour tout n on a $u_n = f(n)$, étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$;



Sens de variation d'une suite

Méthodes.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite, on peut

- étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$;
- si tous les termes sont strictement positifs, comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et le réel 1 ;
- si la suite est arithmétique ou géométrique, déterminer sa raison ;
- s'il existe une fonction f telle que pour tout n on a $u_n = f(n)$, étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$;
- s'il existe une fonction f telle que pour tout n on a $u_{n+1} = f(u_n)$, étudier les variations de f et utiliser le principe de récurrence.



Sens de variation d'une suite

Signe de $u_{n+1} - u_n$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Propriété

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a

- $u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite est croissante sur \mathbb{N} ;
- $u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite est décroissante sur \mathbb{N} .



Sens de variation d'une suite

Cas où pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Propriété

Soit (u_n) une suite de termes strictement positifs.

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a

- $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ alors la suite est croissante sur \mathbb{N} ;
- $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ alors la suite est décroissante sur \mathbb{N} .



Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est arithmétique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

Une suite (u_n) est arithmétique s'il existe un réel r appelé *raison* tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 + nr.$$



Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est arithmétique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

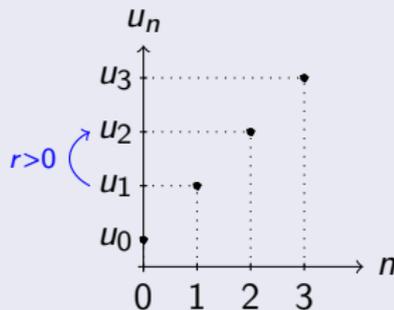
Une suite (u_n) est arithmétique s'il existe un réel r appelé *raison* tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 + nr.$$

Propriété

Une suite arithmétique est

- strictement croissante sur \mathbb{N} si $r > 0$;





Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est arithmétique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

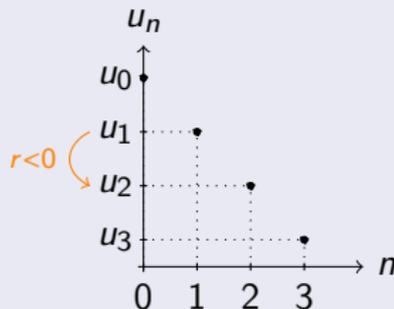
Une suite (u_n) est arithmétique s'il existe un réel r appelé *raison* tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 + nr.$$

Propriété

Une suite arithmétique est

- strictement croissante sur \mathbb{N} si $r > 0$;
- strictement décroissante sur \mathbb{N} si $r < 0$.





Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est géométrique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

Une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q appelé *raison* tel que pour tout n ,

$$u_{n+1} = q u_n \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 q^n .$$



Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est géométrique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

Une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q appelé *raison* tel que pour tout n ,

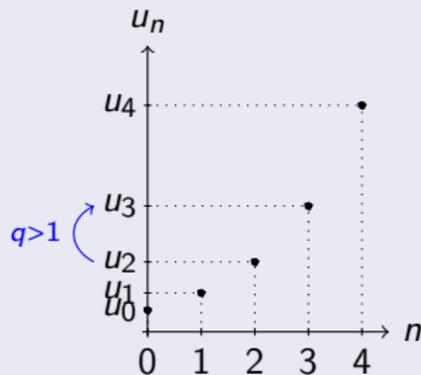
$$u_{n+1} = q u_n \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 q^n.$$

Propriété

Une suite géométrique est

- strictement croissante sur \mathbb{N} si $q > 1$;

Elle n'est pas monotone si $q < 0$.





Sens de variation d'une suite

Cas où la suite est géométrique.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Définition

Une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q appelé *raison* tel que pour tout n ,

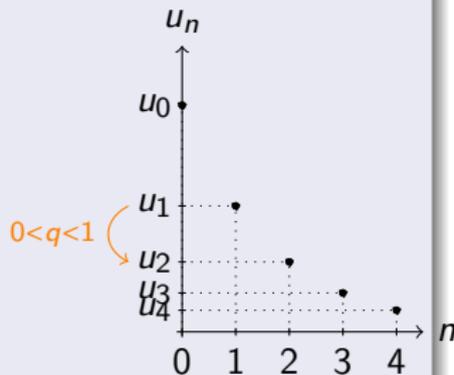
$$u_{n+1} = q u_n \quad \text{ou} \quad u_n = u_0 q^n.$$

Propriété

Une suite géométrique est

- strictement croissante sur \mathbb{N} si $q > 1$;
- strictement décroissante si $0 < q < 1$.

Elle n'est pas monotone si $q < 0$.





Sens de variation d'une suite

Cas où $u_n = f(n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

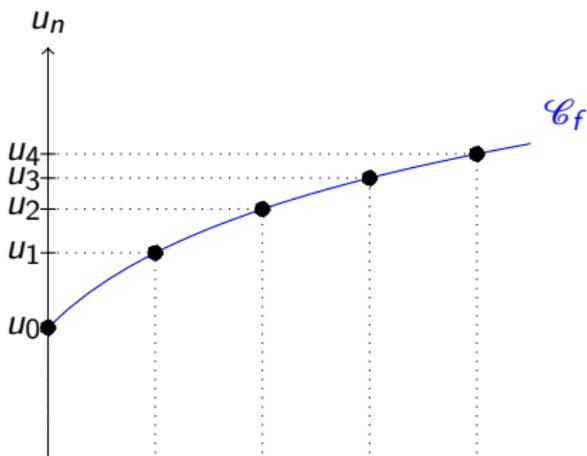
Théorie

Sens de variation
d'une suite

Propriété

S'il existe une fonction f telle que pour tout n on a $u_n = f(n)$ alors

- si f est croissante sur $[0; +\infty[$ alors la suite est croissante sur \mathbb{N} ;





Sens de variation d'une suite

Cas où $u_n = f(n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

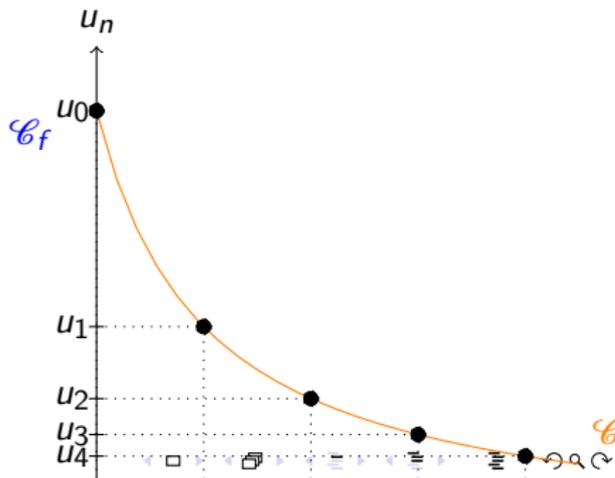
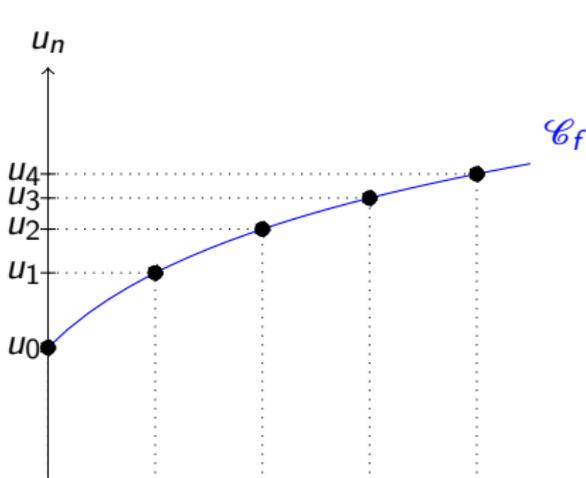
Théorie

Sens de variation
d'une suite

Propriété

S'il existe une fonction f telle que pour tout n on a $u_n = f(n)$ alors

- si f est croissante sur $[0; +\infty[$ alors la suite est croissante sur \mathbb{N} ;
- si f est décroissante sur $[0; +\infty[$ alors la suite est décroissante sur \mathbb{N} .





Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Exercice (Corrigé)

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et pour tout naturel } n, \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}.$$

On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $0 < u_n < 2$.

- 1 Étudier le sens de variation de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ sur $[0; 2]$.
- 2 Démontrer par récurrence que (u_n) est croissante sur \mathbb{N} .



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- ① La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- 1 La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.
 - La fonction $g : x \mapsto x+1$ est strictement croissante sur $[0;2]$ à valeurs dans $[1;3]$;



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- ① La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.
- La fonction $g : x \mapsto x+1$ est strictement croissante sur $[0;2]$ à valeurs dans $[1;3]$;
 - la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1;3[$.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- ① La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.
- La fonction $g : x \mapsto x+1$ est strictement croissante sur $[0;2]$ à valeurs dans $[1;3]$;
 - la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1;3]$.

Propriété

La composée de deux fonctions strictement croissantes est strictement croissante.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- ① La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$ est la composée de la fonction $g : x \mapsto x+1$ suivie de la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$.
- La fonction $g : x \mapsto x+1$ est strictement croissante sur $[0;2]$ à valeurs dans $[1;3]$;
 - la fonction $h : x \mapsto \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[1;3]$.

Propriété

La composée de deux fonctions strictement croissantes est strictement croissante.

Donc f est strictement croissante sur $[0;2]$.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

2 Soit la propriété « $u_n < u_{n+1}$ ». Montrons par récurrence qu'elle est vraie pour tout entier n .

Initialisation.

Comme $u_0 = 1$ et $u_1 = \sqrt{u_0 + 1} = \sqrt{2}$, on a $u_0 < u_1$.

Ainsi la propriété est initialisée au rang 0.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

- 2 Soit la propriété « $u_n < u_{n+1}$ ». Montrons par récurrence qu'elle est vraie pour tout entier n .

Hérédité.

Il existe donc au moins un entier k tel que :

$$u_k < u_{k+1}.$$

Montrons que la propriété reste vraie au rang $k+1$.

On sait que la fonction f est strictement croissante sur $[0; 2]$ et que tous les termes de la suite (u_n) sont dans cet intervalle.

Donc si $u_k < u_{k+1}$ alors $f(u_k) < f(u_{k+1})$ i.e

$$u_{k+1} < u_{k+2}$$

La propriété reste donc vraie au rang $k+1$.



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Solution

2 Soit la propriété « $u_n < u_{n+1}$ ». Montrons par récurrence qu'elle est vraie pour tout entier n .

Conclusion.

La propriété est donc héréditaire et initialisée au rang 0.

Elle est donc vraie pour tout entier n .

La suite (u_n) est strictement croissante sur \mathbb{N} .



Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

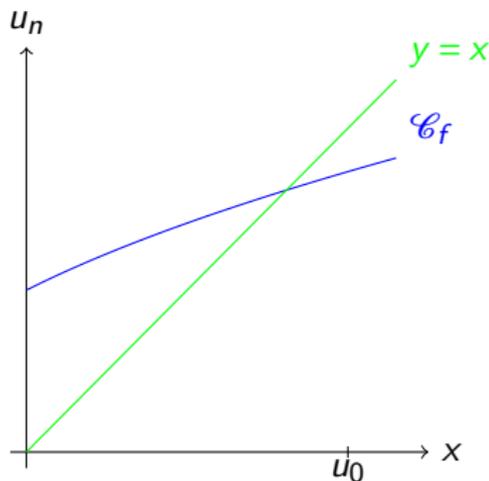
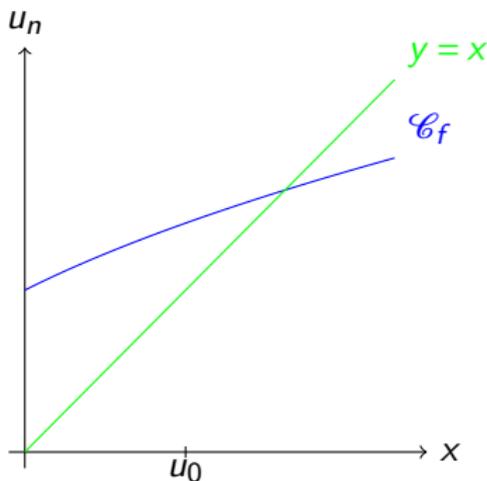
Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Attention

Le sens de variation d'une suite définie par récurrence dépend de son premier terme u_0 .





Sens de variation d'une suite

Cas où $u_{n+1} = f(u_n)$.

Étudier le sens
de variation
d'une suite

TS

Exercice

Question 1

Question 2

Question 3

Corrigé

Question 1

Question 2

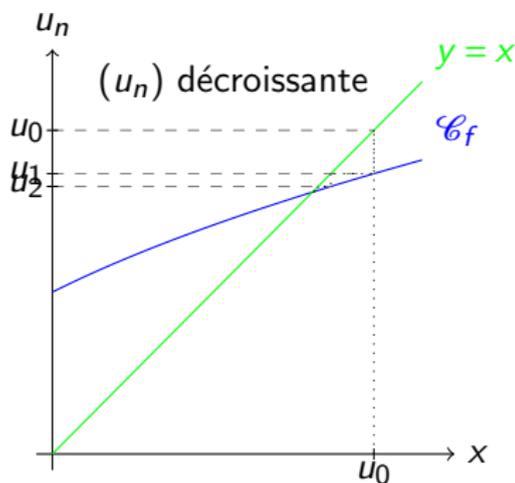
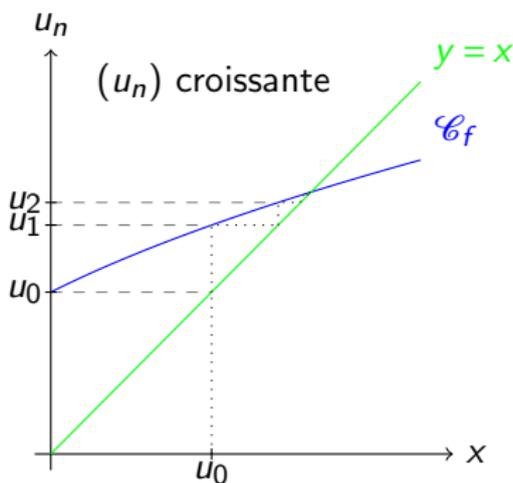
Question 3

Théorie

Sens de variation
d'une suite

Attention

Le sens de variation d'une suite définie par récurrence dépend de son premier terme u_0 .



Retour

